

Bahan kuliah
IF2120 Matematika Diskrit

Himpunan (Bag. 2)

Oleh: Rinaldi Munir



**Program Studi Teknik Informatika
STEI - ITB**

Hukum-hukum Himpunan

- Disebut juga sifat-sifat (*properties*) himpunan
- Disebut juga hukum aljabar himpunan

1. Hukum identitas: - $A \cup \emptyset = A$ - $A \cap U = A$	2. Hukum <i>null</i> /dominasi: - $A \cap \emptyset = \emptyset$ - $A \cup U = U$
3. Hukum komplemen: - $A \cup \bar{A} = U$ - $A \cap \bar{A} = \emptyset$	4. Hukum idempoten: - $A \cup A = A$ - $A \cap A = A$

<p>5. Hukum involusi:</p> <ul style="list-style-type: none"> - $\overline{\overline{A}} = A$ 	<p>6. Hukum penyerapan (absorpsi):</p> <ul style="list-style-type: none"> - $A \cup (A \cap B) = A$ - $A \cap (A \cup B) = A$
<p>7. Hukum komutatif:</p> <ul style="list-style-type: none"> - $A \cup B = B \cup A$ - $A \cap B = B \cap A$ 	<p>8. Hukum asosiatif:</p> <ul style="list-style-type: none"> - $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ - $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
<p>9. Hukum distributif:</p> <ul style="list-style-type: none"> - $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ - $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ 	<p>10. Hukum De Morgan:</p> <ul style="list-style-type: none"> - $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$ - $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$
<p>11. Hukum 0/1</p> <ul style="list-style-type: none"> - $\overline{\emptyset} = U$ - $\overline{U} = \emptyset$ 	

Prinsip Dualitas

Prinsip dualitas \rightarrow dua konsep yang berbeda dapat saling dipertukarkan namun tetap memberikan jawaban yang benar.

Contoh: Di AS → kemudi mobil di kiri depan

Di Inggris (juga Indonesia) → kemudi mobil di kanan depan

Peraturan:

(a) di Amerika Serikat,

- mobil harus berjalan di bagian *kanan* jalan,
- pada jalan yang berlajur banyak, lajur *kiri* untuk mendahului,
- bila lampu merah menyala, mobil belok *kanan* boleh langsung

(b) di Inggris,

- mobil harus berjalan di bagian *kiri* jalan,
- pada jalur yang berlajur banyak, lajur *kanan* untuk mendahului,
- bila lampu merah menyala, mobil belok *kiri* boleh langsung

Prinsip **dualitas**: Konsep kiri dan kanan dapat dipertukarkan pada kedua negara tersebut sehingga peraturan yang berlaku di Amerika Serikat menjadi berlaku pula di Inggris



Setir mobil di Amerika



Mobil berjalan di jalur kanan di AS



Setir mobil di Inggris/Indonesia



Mobil berjalan di jalur kiri di Indonesia

(Prinsip Dualitas pada Himpunan). Misalkan S adalah suatu kesamaan (*identity*) yang melibatkan himpunan dan operasi-operasi seperti \cup , \cap , dan komplemen. Jika S^* diperoleh dari S dengan mengganti

$$\cup \rightarrow \cap,$$

$$\cap \rightarrow \cup,$$

$$\emptyset \rightarrow U,$$

$$U \rightarrow \emptyset,$$

sedangkan komplemen dibiarkan seperti semula, maka kesamaan S^* juga benar dan disebut dual dari kesamaan S .

<p>1. Hukum identitas:</p> $A \cup \emptyset = A$	<p>Dualnya:</p> $A \cap U = A$
<p>2. Hukum <i>null</i>/dominasi:</p> $A \cap \emptyset = \emptyset$	<p>Dualnya:</p> $A \cup U = U$
<p>3. Hukum komplemen:</p> $A \cup \bar{A} = U$	<p>Dualnya:</p> $A \cap \bar{A} = \emptyset$
<p>4. Hukum idempoten:</p> $A \cup A = A$	<p>Dualnya:</p> $A \cap A = A$

5. Hukum penyerapan: $A \cup (A \cap B) = A$	Dualnya: $A \cap (A \cup B) = A$
6. Hukum komutatif: $A \cup B = B \cup A$	Dualnya: $A \cap B = B \cap A$
7. Hukum asosiatif: $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$	Dualnya: $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
8. Hukum distributif: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	Dualnya: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
9. Hukum De Morgan: $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$	Dualnya: $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$
10. Hukum 0/1 $\overline{\emptyset} = U$	Dualnya: $\overline{U} = \emptyset$

Contoh 23. Dual dari $(A \cap B) \cup (A \cap \bar{B}) = A$ adalah

$$(A \cup B) \cap (A \cup \bar{B}) = A.$$

Prinsip Inklusi-Eksklusi

Untuk dua himpunan A dan B :

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

$$|A \oplus B| = |A| + |B| - 2|A \cap B|$$

Contoh 24. Berapa banyaknya bilangan bulat antara 1 dan 100 yang habis dibagi 3 atau 5?

Penyelesaian:

A = himpunan bilangan bulat yang habis dibagi 3,

B = himpunan bilangan bulat yang habis dibagi 5,

$A \cap B$ = himpunan bilangan bulat yang habis dibagi 3 dan 5 (yaitu himpunan bilangan bulat yang habis dibagi oleh KPK – Kelipatan Persekutuan Terkecil – dari 3 dan 5, yaitu 15),

Yang ditanyakan adalah $|A \cup B|$.

$$|A| = \lfloor 100/3 \rfloor = 33,$$

$$|B| = \lfloor 100/5 \rfloor = 20,$$

$$|A \cap B| = \lfloor 100/15 \rfloor = 6$$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 33 + 20 - 6 = 47$$

Jadi, ada 47 buah bilangan yang habis dibagi 3 atau 5.

Untuk tiga buah himpunan A , B , dan C , berlaku

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

Untuk himpunan A_1, A_2, \dots, A_r , berlaku:

$$|A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_r| = \sum_i |A_i| - \sum_{1 \leq i < j \leq r} |A_i \cap A_j| + \sum_{1 \leq i < j < k \leq r} |A_i \cap A_j \cap A_k| + \dots + (-1)^{r-1} |A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_r|$$

Latihan:

Di antara bilangan bulat antara 101 – 600 (termasuk 101 dan 600 itu sendiri), berapa banyak bilangan yang tidak habis dibagi oleh 4 atau 5 namun tidak keduanya?

Penyelesaian:

Diketahui:

$$|U| = 500$$

$$|A| = \lfloor 600/4 \rfloor - \lfloor 100/4 \rfloor = 150 - 25 = 125$$

$$|B| = \lfloor 600/5 \rfloor - \lfloor 100/5 \rfloor = 120 - 20 = 100$$

$$|A \cap B| = \lfloor 600/20 \rfloor - \lfloor 100/20 \rfloor = 30 - 5 = 25$$

yang ditanyakan $|\overline{A \oplus B}| = ?$

Hitung terlebih dahulu

$$|A \oplus B| = |A| + |B| - 2|A \cap B| = 125 + 100 - 50 = 175$$

untuk mendapatkan

$$|\overline{A \oplus B}| = U - |A \oplus B| = 500 - 175 = 325$$

Partisi

- Partisi dari sebuah himpunan A adalah sekumpulan himpunan bagian tidak kosong A_1, A_2, \dots dari A sedemikian sehingga:
 - (i) $A_1 \cup A_2 \cup \dots = A$, dan
 - (ii) $A_i \cap A_j = \emptyset$ untuk $i \neq j$
- **Contoh 25.** Misalkan $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, maka $\{ \{1\}, \{2, 3, 4\}, \{7, 8\}, \{5, 6\} \}$ adalah partisi A .

Himpunan-ganda (Multiset)

- Himpunan yang elemennya boleh berulang (tidak harus berbeda) disebut **himpunan-ganda** (*multiset*).

Contoh: $\{1, 1, 1, 2, 2, 3\}$, $\{2, 2, 2\}$, $\{2, 3, 4\}$, $\{\}$.

- **Multiplisitas** dari suatu elemen pada himpunan ganda adalah jumlah kemunculan elemen tersebut pada himpunan ganda. Contoh: $M = \{0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1\}$, multiplisitas 0 adalah 4.
- Himpunan (*set*) merupakan contoh khusus dari suatu *multiset*, yang dalam hal ini multiplisitas setiap elemennya adalah 0 atau 1.
- Kardinalitas suatu *multiset* didefinisikan sebagai kardinalitas himpunan yang ekuivalen dengannya, dengan mengasumsikan semua elemen di dalam *multiset* berbeda. Contoh: $A = \{1, 1, 1, 2, 2, 3\}$, maka $|A| = 6$

Operasi Antara Dua Buah *Multiset*:

Misalkan P dan Q adalah *multiset*:

1. $P \cup Q$ adalah suatu *multiset* yang multiplisitas elemennya sama dengan multiplisitas maksimum elemen tersebut pada himpunan P dan Q .

Contoh: $P = \{ a, a, a, c, d, d \}$ dan $Q = \{ a, a, b, c, c \}$,

$$P \cup Q = \{ a, a, a, b, c, c, d, d \}$$

2. $P \cap Q$ adalah suatu *multiset* yang multiplisitas elemennya sama dengan multiplisitas minimum elemen tersebut pada himpunan P dan Q .

Contoh: $P = \{ a, a, a, c, d, d \}$ dan $Q = \{ a, a, b, c, c \}$

$$P \cap Q = \{ a, a, c \}$$

3. $P - Q$ adalah suatu *multiset* yang multiplisitas elemennya sama dengan:
- multiplisitas elemen tersebut pada P dikurangi multiplisitasnya pada Q , jika selisihnya positif
 - 0, jika selisihnya nol atau negatif.

Contoh: $P = \{ a, a, a, b, b, c, d, d, e \}$ dan $Q = \{ a, a, b, b, b, c, c, d, d, f \}$ maka $P - Q = \{ a, e \}$

4. $P + Q$, yang didefinisikan sebagai jumlah (*sum*) dua buah himpunan ganda, adalah suatu *multiset* yang multiplisitas elemennya sama dengan penjumlahan dari multiplisitas elemen tersebut pada P dan Q .

Contoh: $P = \{ a, a, b, c, c \}$ dan $Q = \{ a, b, b, d \}$,
 $P + Q = \{ a, a, a, b, b, b, c, c, d \}$

Pembuktian Proposisi Perihal Himpunan

- Proposisi himpunan adalah argumen yang menggunakan notasi himpunan.
- Proposisi dapat berupa:

1. Kesamaan (*identity*)

Contoh: Buktikan “ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ ”

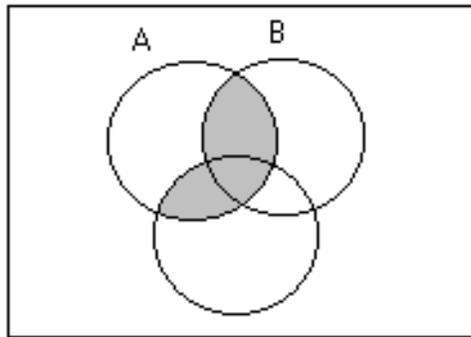
2. Implikasi

Contoh: Buktikan bahwa “Jika $A \cap B = \emptyset$ dan $A \subseteq (B \cup C)$ maka selalu berlaku bahwa $A \subseteq C$ ”.

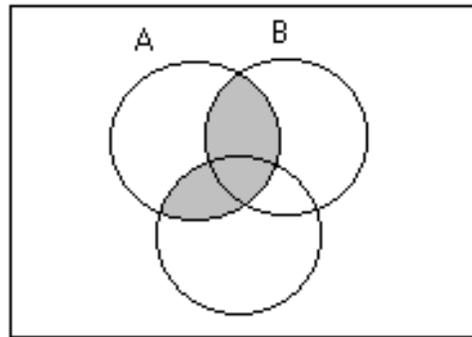
1. Pembuktian dengan menggunakan diagram Venn

Contoh 26. Misalkan A , B , dan C adalah himpunan. Buktikan bahwa $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ dengan diagram Venn.

Bukti:



$$A \cap (B \cup C)$$



$$(A \cap B) \cup (A \cap C)$$

Kedua diagram Venn memberikan area arsiran yang sama.
Terbukti bahwa $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

- Diagram Venn hanya dapat digunakan jika himpunan yang digambarkan tidak banyak jumlahnya.
- Metode ini *mengilustrasikan* ketimbang membuktikan fakta.
- Diagram Venn tidak dianggap sebagai metode yang valid untuk pembuktian secara formal.

2. Pembuktian dengan menggunakan tabel keanggotaan

Contoh 27. Misalkan A , B , dan C adalah himpunan. Buktikan bahwa $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

Bukti:

1 berarti “x adalah elemen dari himpunan ini”

0 berarti “x adalah bukan elemen dari himpunan ini”

A	B	C	$B \cup C$	$A \cap (B \cup C)$	$A \cap B$	$A \cap C$	$(A \cap B) \cup (A \cap C)$
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	0	1	1
1	1	0	1	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

Karena kolom $A \cap (B \cup C)$ dan kolom $(A \cap B) \cup (A \cap C)$ sama, maka $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

3. Pembuktian dengan menggunakan aljabar himpunan.

Contoh 28. Misalkan A dan B himpunan. Buktikan bahwa

$$(A \cap B) \cup (A \cap \bar{B}) = A$$

Bukti:

$$\begin{aligned} (A \cap B) \cup (A \cap \bar{B}) &= A \cap (B \cup \bar{B}) && \text{(Hukum distributif)} \\ &= A \cap U && \text{(Hukum komplemen)} \\ &= A && \text{(Hukum identitas)} \end{aligned}$$

Contoh 29. Misalkan A dan B himpunan. Buktikan bahwa $A \cup (B - A) = A \cup B$

Bukti:

$$\begin{aligned} A \cup (B - A) &= A \cup (B \cap \bar{A}) && \text{(Definisi operasi selisih)} \\ &= (A \cup B) \cap (A \cup \bar{A}) && \text{(Hukum distributif)} \\ &= (A \cup B) \cap U && \text{(Hukum komplemen)} \\ &= A \cup B && \text{(Hukum identitas)} \end{aligned}$$

Contoh 30. Buktikan bahwa untuk sembarang himpunan A dan B , bahwa

$$(i) A \cup (\bar{A} \cap B) = A \cup B \quad \text{dan}$$

$$(ii) A \cap (\bar{A} \cup B) = A \cap B$$

Bukti:

$$\begin{aligned} (i) \quad A \cup (\bar{A} \cap B) &= (A \cup \bar{A}) \cap (A \cup B) && \text{(H. distributif)} \\ &= U \cap (A \cup B) && \text{(H. komplemen)} \\ &= A \cup B && \text{(H. identitas)} \end{aligned}$$

(ii) adalah dual dari (i)

$$\begin{aligned} A \cap (\bar{A} \cup B) &= (A \cap \bar{A}) \cup (A \cap B) && \text{(H. distributif)} \\ &= \emptyset \cup (A \cap B) && \text{(H. komplemen)} \\ &= A \cap B && \text{(H. identitas)} \end{aligned}$$

- **Latihan.** Misalkan A , B , dan C adalah himpunan. Gunakan hukum-hukum aljabar himpunan dan prinsip dualitas untuk menentukan hasil dari operasi himpunan

(a) $(A \cap B) \cup (\bar{A} \cap B) \cup (A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap \bar{B})$

(b) $(A \cup B) \cap (\bar{A} \cup B) \cap (A \cup \bar{B}) \cap (\bar{A} \cup \bar{B})$

Jawaban:

a. $(A \cap B) \cup (\bar{A} \cap B) \cup (A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap \bar{B})$
= $((A \cap B) \cup (\bar{A} \cap B)) \cup ((A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap \bar{B}))$ [Hukum Asosiatif]
= $(B \cap (A \cup \bar{A})) \cup (\bar{B} \cap (A \cup \bar{A}))$ [Hukum Distributif]
= $(B \cap U) \cup (\bar{B} \cap U)$ [Hukum Komplemen]
= $U \cap (B \cup \bar{B})$ [Hukum Distributif]
= $U \cap U$ [Hukum Komplemen]
= U [Hukum Idempoten]

b. $(A \cup B) \cap (\bar{A} \cup B) \cap (A \cup \bar{B}) \cap (\bar{A} \cup \bar{B})$
= \emptyset [Hukum Dualitas dari jawaban a]

- **Latihan.** Misalkan A , B , dan C adalah himpunan. Buktikan dengan hukum-hukum himpunan bahwa $(A - B) \cap (A - C) = A - (B \cup C)$.

Jawaban:

$$\begin{aligned}(A - B) \cap (A - C) &= (A \cap \bar{B}) \cap (A \cap \bar{C}) && \text{(Definisi Selisih)} \\ &= A \cap (\bar{B} \cap \bar{C}) && \text{(Hukum Distributif)} \\ &= A \cap \overline{B \cup C} && \text{(Hukum DeMorgan)} \\ &= A - (B \cup C) && \text{(Definisi Selisih)}\end{aligned}$$

Latihan

Misalkan A adalah himpunan bagian dari himpunan semesta (U). Tuliskan hasil dari operasi beda-setangkup berikut?

(a) $A \oplus U$ (b) $A \oplus \bar{A}$ (c) $\bar{A} \oplus U$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{(a) } A \oplus U &= (A - U) \cup (U - A) \\ &= (\emptyset) \cup (\bar{A}) \\ &= \bar{A} \end{aligned}$$

(Definisi operasi beda setangkup)

(Definisi operasi selisih)

(Hukum Identitas)

$$\begin{aligned} \text{(b) } A \oplus \bar{A} &= (A - \bar{A}) \cup (\bar{A} - A) \\ &= (A \cap A) \cup (\bar{A} \cap \bar{A}) \\ &= A \cup \bar{A} \\ &= U \end{aligned}$$

(Definisi operasi beda setangkup)

(Definisi operasi selisih)

(Hukum Idempoten)

(Hukum Komplemen)

$$\begin{aligned} \text{(c) } \bar{A} \oplus U &= (\bar{A} \cup U) - (\bar{A} \cap U) \\ &= U - \bar{A} \\ &= A \end{aligned}$$

(Definisi operasi beda setangkup)

(Hukum Null dan Hukum Identitas)

(Definisi operasi selisih)

4. Pembuktian dengan menggunakan definisi

- Metode ini digunakan untuk membuktikan pernyataan himpunan yang tidak berbentuk kesamaan, tetapi pernyataan yang berbentuk implikasi. Biasanya di dalam implikasi tersebut terdapat notasi himpunan bagian (\subseteq atau \subset).

Contoh 31. Misalkan A dan B himpunan. Jika $A \cap B = \emptyset$ dan $A \subseteq (B \cup C)$ maka $A \subseteq C$. Buktikan!

Bukti:

- (i) Dari definisi himpunan bagian, $P \subseteq Q$ jika dan hanya jika setiap $x \in P$ juga $\in Q$. Misalkan $x \in A$. Karena $A \subseteq (B \cup C)$, maka dari definisi himpunan bagian, x juga $\in (B \cup C)$.
- (ii) Dari definisi operasi gabungan (\cup), $x \in (B \cup C)$ berarti $x \in B$ atau $x \in C$. Karena $x \in A$ dan $A \cap B = \emptyset$, maka $x \notin B$

Dari (i) dan (ii), $x \in C$ harus benar. Karena $\forall x \in A$ juga berlaku $x \in C$, maka dapat disimpulkan $A \subseteq C$.

Penggunaan Himpunan dalam Teori Bahasa Formal

- **Alfabet:** himpunan terbatas simbol-simbol

Contoh: alfabet latin , {a, b, c, ..., z}

alfabet Yunani, { α , β , γ , ..., ω }

alfabet biner, {0, 1}

- **String:** barisan yang disusun oleh simbol-simbol alfabet.

$$a_1a_2a_3\dots a_n, \quad a_j \in A \quad (A \text{ adalah alfabet})$$

Nama lain untuk string adalah **kalimat** atau ***word***

- Jika A adalah alfabet, maka A^n menyatakan himpunan semua string dengan panjang n yang dibentuk dari himpunan A .
- A^* adalah himpunan semua rangkaian simbol dari himpunan A yang terdiri dari 0 simbol (string kosong), satu simbol, dua simbol, dst.

$$A^* = A^0 \cup A^1 \cup A^2 \cup \dots$$

Contoh: Misalkan $A = \{0, 1\}$, maka

$$A^0 = \{\varepsilon\}$$

$$A^1 = \{0, 1\}$$

$$A^2 = \{00, 01, 10, 11\}$$

$$A^3 = \{000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111\}$$

...

- **Bahasa** (pada alfabet A) adalah himpunan bagian dari A^* .

Contoh: Misalkan $A = \{a, b, c\}$, maka berikut ini adalah contoh-contoh bahasa pada alfabet A :

$$L_1 = \{a, aaa, bc, ac, abc, cab\}$$

$$L_2 = \{aba, aabaa\}$$

$$L_3 = \{\varepsilon\}$$

$$L_4 = \{a^i cb^i \mid i \geq 1\}$$

Tipe *Set* dalam Bahasa Pascal

Bahasa Pascal menyediakan tipe data khusus untuk himpunan, yang bernama *set*. Tipe *set* menyatakan himpunan kuasa dari tipe ordinal (*integer, character*).

Contoh:

type

```
HurufBesar = 'A' .. 'Z' ; { enumerasi }
```

```
Huruf = set of HurufBesar;
```

var

```
HurufKu : Huruf;
```

Nilai untuk peubah HurufKu dapat diisi dengan pernyataan berikut:

```
HurufKu := [ 'A' , 'C' , 'D' ] ;
```

```
HurufKu := [ 'M' ] ;
```

```
HurufKu := [ ] ;      { himpunan kosong }
```

- Operasi yang dapat dilakukan pada tipe himpunan adalah operasi gabungan, irisan, dan selisih seperti pada contoh berikut:

```
{gabungan}  
HurufKu := [ 'A', 'C', 'D' ] + [ 'C', 'D', 'E' ] ;
```

```
{irisan}  
HurufKu := [ 'A', 'C', 'D' ] * [ 'C', 'D', 'E' ] ;
```

```
{selisih}  
HurufKu := [ 'A', 'C', 'D' ] - [ 'C', 'D', 'E' ] ;
```

- Uji keanggotaan sebuah elemen di dalam himpunan dilakukan dengan menggunakan operator *in* seperti contoh berikut:

```
if 'A' in HurufKu then ...
```

Tipe *Set* dalam Bahasa Python

- Bahasa Python menyediakan struktur data untuk *set* beserta operasi-operasinya.
- Membuat himpunan kosong dengan *set constructor*:

```
myset = set()  
myset2 = set([]) # both are empty sets
```

- Membuat sebuah himpunan dengan *set constructor* atau notasi { }

```
myset = set(sequence)
myset2 = {expression for variable in sequence}
```

```
>>> myset = {x for x in 'abracadabra'}
>>> myset
set(['a', 'b', 'r', 'c', 'd'])
>>> myset.add('y')
>>> myset
set(['a', 'b', 'r', 'c', 'd', 'y'])
>>> myset.remove('a')
>>> myset
set(['b', 'r', 'c', 'd', 'y'])
>>> myset.pop()
'b'
>>> myset
set(['r', 'c', 'd', 'y'])
```

- Operator \geq dan \leq adalah untuk menguji apakah sebuah himpunan merupakan *superset* atau *subset* terhadap himpunan yang lain
- Operator $>$ dan $<$ adalah operator untuk menguji *proper superset* atau *proper subset*.

```
>>> s1 = set('abracadabra')
>>> s2 = set('bard')
>>> s1 >= s2
True
>>> s1 > s2
True
>>> s1 <= s2
False
```

Operasi Himpunan

- Gabungan: $set \mid other \mid \dots$
- Irisan: $set \ \& \ other \ \& \ \dots$
- Selisih: $set - other - \dots$
- Beda setangkup: $set \ ^ \ other$

```
>>> s1 = set('abracadabra')
>>> s1
set(['a', 'b', 'r', 'c', 'd'])
>>> s2 = set('alacazam')
>>> s2
set(['a', 'l', 'c', 'z', 'm'])
>>> s1 | s2
set(['a', 'b', 'r', 'c', 'd', 'l', 'z', 'm'])
>>> s1 & s2
set(['a', 'c'])
>>> s1 - s2
set(['b', 'r', 'd'])
>>> s1 ^ s2
set(['b', 'r', 'd', 'l', 'z', 'm'])
```

Latihan Soal-Soal Himpunan

1. (Kuis IF2091 2013) Misalkan A dan B adalah sebuah himpunan. Buktikan dengan hukum-hukum himpunan, jangan lupa menyebutkan hukum yang dipakai.

$$(A \cap B) \cup \overline{(A \cup B)} = (A \cap B) \cup (\bar{A} \cap \bar{B})$$

Jawaban:

$$\begin{aligned}(A \cap B) \cup \overline{(A \cup \bar{B})} &= (A \cap B) \cup (\bar{A} \cap \overline{\bar{B}}) && \text{(Hukum De Morgan)} \\ &= (A \cap B) \cup (\bar{A} \cap B) && \text{(Hukum Involusi)} \\ &= (B \cap A) \cup (B \cap \bar{A}) && \text{(Hukum Komutatif x2)} \\ &= B \cap (A \cup \bar{A}) && \text{(Hukum Distributif)} \\ &= B \cap U && \text{(Hukum Komplemen)} \\ &= B && \text{(Hukum Identitas)}\end{aligned}$$

2. Hitunglah banyak bilangan genap diantara 1 sampai 2000 yang habis dibagi 7 tetapi tidak habis dibagi 9.

- **Jawaban:** Banyak bilangan tersebut adalah banyak bilangan yang habis dibagi 2 dan 7 dikurangi banyak bilangan yang habis dibagi 2,7, dan 9.

$$\text{Banyak bilangan habis dibagi 2 dan 7} = \left\lfloor \frac{2000}{14} \right\rfloor = 142$$

$$\text{Banyak bilangan habis dibagi 2,7, dan 9 ada} \left\lfloor \frac{2000}{126} \right\rfloor = 15$$

Jadi, banyak bilangan tersebut adalah $142-15=127$.

3. (UTS 2012) Misalkan A dan B adalah himpunan pada himpunan universal U . Tentukan daftar urutan ini secara membesar berdasarkan banyaknya anggota:

$$|A - B|, |A \cup B|, |\emptyset|, |A \cap B|, |A| + |B|.$$

Jawaban:

$$|\emptyset|, |A \cap B|, |A - B|, |A \cup B|, |A| + |B|.$$

4. (Kuis 2011) Hitung berapa bilangan bulat positif yang lebih kecil atau sama dengan 200 yang habis dibagi 4 atau 7 atau 9?

Jawaban: Misalkan :

A = himpunan bilangan bulat dari 1 sampai 200 yang habis dibagi 4,

B = himpunan bilangan bulat dari 1 sampai 200 yang habis dibagi 7,

C = himpunan bilangan bulat dari 1 sampai 200 yang habis dibagi 9

Dengan menggunakan prinsip inklusi eksklusif, banyaknya bilangan bulat dari 1 sampai 200 yang habis dibagi 4 atau 7 atau 9 yaitu :

$$\begin{aligned} |A \cup B \cup C| &= |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C| \\ &= \left\lfloor \frac{200}{4} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{200}{7} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{200}{9} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{200}{28} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{200}{36} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{200}{63} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{200}{252} \right\rfloor \\ &= 50 + 28 + 22 - 7 - 5 - 3 + 0 = 85 \end{aligned}$$

5. (UTS 2010) Misalkan A , B , dan C adalah himpunan. Buktikan secara aljabar himpunan bahwa $(A - B) - C = (A - C) - (B - C)$